

– 2017.11.25 –

VIII. osztály

- a) Legyen $x, y, z \in \mathbb{R}^*$ úgy, hogy $x + y = \frac{z}{c}$, $y + z = \frac{x}{a}$ és $z + x = \frac{y}{b}$. Igazold, hogy $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} \in \mathbb{N}$.

b) Az a és b pozitív racionális számok esetén $\frac{1}{4} < a \cdot (1-b)$. Melyik szám nagyobb, a vagy b ?
- Az a és b valós számokra $3a + 4b = 5$. Igazold, hogy $(5a - 6)^2 + (5b - 8)^2 \geq 25$.
- Az $ABCD A'B'C'D'$ téglatestben $AB = 2\sqrt{3}$ cm, $BC = 2\sqrt{6}$ cm és $AA' = 3\sqrt{2}$ cm. Az M és N pontok a $B'C'$ és $A'D'$ élek felezőpontjai.

 - Igazold, hogy $(AA'M) \parallel (CC'N)$;
 - Határozd meg az AM és CN egyenesek által alkotott szög mértékét!
- Az $ABCD$ tetraéderben $AB \perp AC$, $DB \perp AB$ és $DC \perp AC$. Legyenek E és F az AD és BC élek felezőpontjai. Igazold, hogy $EF \perp (ABC)$.