

VIII. osztály

1. Keressük meg azokat az egész számokból álló (x, y) számpárokat, amelyekre $x \geq 0$ és $2x^2 - 2xy + y^2 = 289$.
2. Az a , b és c olyan pozitív racionális számok, amelyekre $ab + ac + bc = 1$. Igazoljuk, hogy $\sqrt{(a^2 + 1)(b^2 + 1)(c^2 + 1)} \in \mathbb{Q}$.
3. Adott az $ABCD A' B' C' D'$ kocka.
 - a) Mekkora szöveget zárnak be a BD és AD' egyenesek?
 - b) Igazoljuk, hogy $BD' \perp (AB'C)$!
 - c) Ha $BD' \cap (AB'C) = \{P\}$, határozzuk meg a $\frac{PB}{PD'}$ arány értékét!
4. A $VABCD$ négyoldalú gúlában G_1 az ABC -, G_2 pedig a BCD háromszög súlypontja. Igazoljuk, hogy:
 - a) $G_1 G_2 \parallel AD$;
 - b) $d \parallel (ABC)$, ahol $d = (VAD) \cap (VG_1 G_2)$.

Sok sikert!

Molnár Klára