

VIII. osztály

- Adott az $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = a^2 + b^2; a, b \in \mathbb{Z}\}$ halmaz. Igazold, hogy:
 - $100 \in A$;
 - ha $x, y \in A$, akkor $x \cdot y \in A$;
 - $65^{65} \in A$.
- Határozd meg azokat az \overline{abc} háromjegyű számokat, amelyekre $\sqrt{\overline{abc}} = \overline{ab} - \sqrt{c}$.
- Az $ABCD$ és $BCEF$ paralelogrammák különböző síkokban helyezkednek el. Igazold, hogy:
 - $AD \parallel (BCEF)$;
 - ha P az AB szakasz felezőpontja, akkor $AE \parallel (FPC)$;
 - Ha $AE \cap FD = \{N\}$, $AC \cap BD = \{M\}$ és az MNP háromszög egyenlő oldalú, akkor $FC \perp BE$.
- Az $ABCDA'B'C'D'$ kockában $AB = 8$ cm, M a $[BC]$, N a $[B'C']$, P az $[AA']$ és R az $[A'D']$ felezőpontja.
 - Igazold, hogy a BP , $B'A'$ és $C'R$ összefutó egyenesek!
 - Ha $BP \cap A'B' = \{S\}$ és $NA' \cap MP = \{T\}$, számítsd ki a $[TS]$ hosszát!
 - Számítsd ki a P pontnak a $C'A'M$ síktól való távolságát!

Sok sikert!

Szőcs Péter