

Csíkszereda – 2013.12.07

VIII. osztály

1. Egy család (apa, anya és gyerekek) átlagéletkora 18 év. A 38 éves apa nélkül a többi tagok átlagéletkora 14 év. Hány gyerek van a családban?
2. Adottak az $x = \frac{a}{a^2 + a + 1}$ és $y = \frac{a}{a^2 - a + 1}$ valós számok, ahol $a \in \mathbb{R}_+^*$.
 - a) Számítsd ki az $a + \frac{1}{a}$ kifejezés értékét x függvényében, majd y függvényében!
 - b) Igazold, hogy $\left(\frac{1}{x} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{y} + 1\right) \geq 4$, $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*$ esetén!
3. Adott az $ABCD A' B' C' D'$ kocka. Legyen $AC \cap BD = \{O\}$, $BC' \cap B'C = \{Q\}$, E pedig a DD' él felezőpontja. Igazold, hogy:
 - a) $AC \perp (BDD' B')$;
 - b) $OE \perp AQ$.
4. Legyen A, B, C és D négy olyan pont, amely nincs ugyanabban a síkban, E és F az A pontból az ABD és ACD szögek szögfelezőire húzott merőlegesek talppontjai. Igazold, hogy $EF \parallel (BCD)$!

Sok sikert!

Molnár Klára