

– 2012.12.08 –

VIII. osztály

1. Oldd meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

$$x^2 + y^2 + 5 = 2 \cdot (\sqrt{3}x + \sqrt{2}y).$$

2. Számítsd ki a következő összeget:

$$1008 + 1015 + 1022 + \dots + 2009.$$

3. Határozd meg az a és b valós számokat, ha tudod, hogy

$$a + b = 6\sqrt{2} + 4\sqrt{3} \text{ és } a \cdot b = 30 + 12\sqrt{6}.$$

4. Az $ABCD A'B'C'D'$ kockában $AB = 6$ cm. Legyen $E \in (C'C$ úgy, hogy $CE = 6\sqrt{3}$ cm.

- Számítsd ki a $B'AC$ háromszög területét!
- Határozd meg a BE és $A'D$ egyenesek által alkotott szög mértékét!
- Mekkora szöget zár be az AB' egyenes az ED egyenessel?

5. Az $ABCD$ rombuszban $AB = 8\sqrt{3}$ cm és $m(\widehat{BAD}) = 60^\circ$. Vedd fel a rombusz síkja fölött azt az M pontot, amelyre $MA = MC = 12\sqrt{2}$ cm és $[MD] \equiv [DO]$, ahol $\{O\} = AC \cap BD$. Legyen N az M pontnak az O pont szerinti szimmetrikusa.

- Igazold, hogy $MD \perp AC$!
- Számítsd ki az $ANCM$ négyszög területét!
- Határozd meg az MOD szög mértékét!
- Számítsd ki az $MDNB$ négyszög területét!