

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

VIII. osztály

1. Igazold, hogy:

$$\sqrt{14 + \sqrt{5}} \in (4; +\infty)!$$

2. Számítsd ki a $9x^2 - 12x + 7$ kifejezés minimumát, ha $x \in \mathbb{R}$!

3. Adottak az $a = \sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}}$ és
 $b = \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{4 + \sqrt{7}}$ valós számok.

a) Igazold, hogy $a^2 = b^2$!

b) Számítsd ki az $(a + b)^{2008}$ kifejezés értékét!

4. Az $ABCD$ szabályos tetraéderben $AB = 10$ cm, E és F az AC és BD élek felezőpontjai.

a) Igazold, hogy $EF \perp AC$ és $EF \perp BD$!

b) Számítsd ki az EF szakasz hosszát!

5. Az $ABCD A'B'C'D'$ téglatestben M és P az AB , illetve DD' élek felezőpontjai. Igazold, hogy:

a) $BD' \parallel (APC)$;

b) $BD' \parallel (A'MD)$!