PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

VIII. Bolyai János Emlékverseny

– 2000.12.02 –

VIII. osztály

1. A $\left[3,5+4,(3)+5,1(6)\right]:1\frac{1}{12}$ kifejezés értéke…

2. Ha $x=\sqrt{5}$ és $y-z=10$, $\Rightarrow$ $x^2y^3-x^2z^3-3x^2y^2z+3x^2yz^2=\dots$

3. Ha $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\dots+\frac{1}{x\cdot(x+1)}=\frac{99}{100}$, akkor $x\cdot(x+1)=\dots$

4. Az $a=1+1\cdot 2+1\cdot 2\cdot 3+1\cdot 2\cdot 3\cdot 4+\dots+1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot 1000$ szám nem lehet teljes négyzet, mert…

5. A $(3+2)\left(3^2+2^2\right)\left(3^4+2^4\right)\cdot\ldots\cdot\left(3^{1024}+2^{1024}\right)$ kifejezés legegyszerűbb alakja…

6. Ha $x+y=10^{100}$ és $x-y=10^{50}$, akkor $x^2-y^2=\dots$

7. Az $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{900}+\sqrt{899}}\in\mathbb{N}$ kijelentés logikai értéke…

8. Adottak az $A=\{x\in\mathbb{R}\mid |x-2|\le 5\}$ és $B=\{x\in\mathbb{R}\mid |x-3|>2\}$ halmazok. Írd fel az adott halmazokat intervallumok alakjában és számítsd ki az a) $A\cup B$; b) $A\cap B$; c) $A\setminus B$; d) $B\setminus A$; e) $A\cap\mathbb{Z}^*$; f) $A\setminus\mathbb{N}$ halmazokat!

9. Az $ABC_\triangle$-ben $m(\widehat{A})=90°$, a $\widehat{B}$ szögfelezője az AD magasságot F-ben, az AM oldalfelezőt pedig E-ben metszi, ahol $D, M\in(BC)$. Igazold, hogy $AE\cdot AF=2\cdot EM\cdot DF$!

10. Vedd fel az *ABCD* téglalap síkjára merőleges *AM* egyenest. Legyenek *E*, *F* és *H* az *A* pontnak rendre az *MB*, *MC* és *MD* egyenesekre eső vetületei.
    a) Igazold, hogy $MB\perp BC$ és $EF\perp MC$!
    b) Ha *N* az *MC* szakasz felezőpontja, határozd meg az *AND* háromszög természetét!
    c) Bizonyítsd be, hogy $\frac{EB}{EM}+\frac{HD}{HM}=\frac{FC}{FM}$!

Szőcs Péter