PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

VI. Bolyai János Emlékverseny

– 1998.12.05 –

VIII. osztály

1. Határozd meg az összes olyan $\overline{ab}$, $b \neq 0$ kétjegyű természetes számokat, amelyekre $m_a - m_h = 1$, ahol m_a és m_h az a és b számok számtani és harmonikus közepei!

2. Egy vonat egy pályaudvarról 100 utassal indult el. Az első állomáson felült x utas és leszállt y utas, a második állomáson felült $2 \cdot x$ utas és leszállt $2 \cdot y$ utas… a végállomás előtti n-edik állomáson pedig felült $n \cdot x$ utas, és leszállt $n \cdot y$ utas. A végállomáson 485 utas szállt le.
   a) Hány állomáson volt leszálló utas?
   b) Hány utassal indult el a vonat az első állomásról?

3. Az ABC egyenlő oldalú háromszögben $AB = 10$ cm, E a BC oldal felezőpontja, M pedig egy olyan térbeli pont, amelyre $MB = 6$ cm, $MC = 8$ cm és $MD \perp (ABC)$, ahol $D \in (BC)$. Számítsd ki:
   a) az M pontnak az AE egyenestől való távolságát;
   b) az AM szakasz hosszát!

4. Legyen O az $ABCD$ téglalap belsejének egy olyan pontja, amelyre $AO = x$, $BO = z$ és $CO = y$.
   a) Igazold, hogy $OD^2 = x^2 + y^2 - z^2$!
   b) Ha $MO \perp (ABCD)$, $MA = a$, $MB = b$, illetve $MC = c$, igazold, hogy $MD^2 = a^2 + c^2 - b^2$!

Simon József