

III. Bolyai János Emlékverseny

– 1995.12.09 –

VIII. osztály

1. Számítsd ki az $\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}$ kifejezés értékét, ha:

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{5} \\ x - y = \sqrt{3} \end{cases}$$

2. Adottak az $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 4\}$ és $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 2\}$ halmazok. Írd fel intervallum alakjában az A , B , $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ és $B \setminus A$ halmazokat!
3. Az első 100 pozitív egész szám közül egyet kihagyva, képezzük a többiek számtani közepét és $\frac{152}{3}$ -at kapunk. Melyik volt a kihagyott szám?
4. Az $ABCD$ paralelogrammában $AB = 2AD = 2a$. Az A pontban merőlegest emelünk az (ABC) síkra, amelyen felvesszük az $AN = a$ szakaszt. Ha M a DC oldal felezőpontja, igazold, hogy $BM \perp (NAM)$!
5. Az $ABCD$ téglalap A pontjában merőlegest emelünk a téglalap síkjára, amelyen felvesszük az M pontot.
- a) Számítsd ki az M pont távolságát a téglalap oldalaitól és átlóitól, ha $MA = 20$ cm, $AB = 20$ cm és $AD = 15$ cm!
- b) Ha $AP \perp MB$ és $AQ \perp MD$, igazold, hogy $MC \perp PQ$.