

## II. Bolyai János Emlékverseny

– 1994.12.03 –

### VIII. osztály

1. Határozd meg az  $A \cap B$  halmazt, ha  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-1| = 6\}$  és  $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(2x+3) < (2x-3)(x+4)\}$ .
2. Adott az  $\alpha$  sík és  $O \notin \alpha$  pont. Legyen  $A$  az  $O$  pontnak az  $\alpha$  síkra eső vetülete,  $B$  és  $C$  pedig az  $\alpha$  sík olyan pontjai, amelyekre  $A, B$  és  $C$  nem kollineárisak. Tudjuk, hogy  $D$  az  $OA$  szakasznak egy tetszőleges pontja,  $DE \perp OB$ , ahol  $E \in OB$  és  $DF \perp OC$ , ahol  $F \in OC$ . Igazold, hogy:
  - a) az  $ADEB$  négyszög körbeírható;
  - b) ha  $AC \perp CB$ , akkor  $EF \perp FD$ !
3. Az  $ABCD$  téglalap síkjára az  $A, B$  és  $D$  pontokban merőlegeseket húzunk, amelyekre felmérjük – a téglalap fölötti féltérben – az  $AA' = 19$  cm,  $BB' = 14$  cm és  $DD' = 23$  cm szakaszokat. Számítsd ki a téglalap méreteit, ha tudod, hogy  $A'B' = 13$  cm és  $A'D' = 5$  cm!
4. Egy háromjegyű természetes szám utolsó számjegye 3. Ha a 3-as számjegyet az első helyre tesszük, akkor az eredeti szám 3-szorosánál 1-gyel nagyobbat kapunk. Melyik ez a háromjegyű szám?