

– 2012.12.08 –

VII. osztály

1. Adott a következő racionális számsorozat:

$$a_1 = 1 + 1^{-1}, a_2 = 1 + 2^{-1}, a_3 = 1 + 3^{-1}, \dots, a_{2012} = 1 + 2012^{-1}.$$

a) Hasonlítsd össze az a_{2011} és a_{2012} racionális számokat!

b) Igazold, hogy $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot \dots \cdot a_{2012}$ egy természetes szám!

c) Határozd meg azt az $n \in \mathbb{N}^*$ számot, amelyre $a_n \cdot a_{n+1} \cdot a_{n+2} \in \mathbb{N}$.

2. a) Igazold, hogy $0,2(7) + 0,7(2) \in \mathbb{N}$.

b) Határozd meg az a és b számjegyeket, ha $\overline{0,a(b)} + \overline{0,b(a)} \in \mathbb{N}$.

3. Az ABC_Δ -ben $m(\hat{A}) = 90^\circ$, Az AD magasság és a CE szögfelező a G pontban metszik egymást, $D \in (BC)$ és $E \in (AB)$. Legyen $EF \perp BC$, ahol $F \in (BC)$.

Igazold, hogy

a) az AEG_Δ egyenlő szárú;

b) az $AEFG$ négyszög rombusz;

c) $FG \perp AC$!

4. Az $ABCD$ trapéz nagyalapján fekvő \hat{A} és \hat{B} pótshögek, M és K pedig az AB és CD alapok felezőpontjai. Tudjuk, hogy $AB = 24$ cm és $CD = 18$ cm.

a) Számítsd ki az MK szakasz hosszát!

b) Igazold, hogy $T_{AMKD} = \frac{1}{2} \cdot T_{ABCD}$!