

– 2009.12.12 –

VII. osztály

1. Adottak az $x = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{2003 \cdot 2004}$ és $y = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{2004 \cdot 2005}$ számok.
 - a) Igazold, hogy $x > y$!
 - b) Számítsd ki az x és y számtani közepét!
 - c)
 - d) Igazold, hogy $y < \frac{1002}{2005} < x$!

2. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $[AB] \equiv [AC]$, $m(\widehat{BAC}) = 120^\circ$ és D a BC oldal felezőpontja. A (DA) félegyenesen vedd fel az M pontot úgy, hogy $AM = 2DA$. Igazold, hogy
 - a) $AC \perp BM$;
 - b) az MBC_Δ egyenlő oldalú!

3. Legyen O az ABC_Δ -nek egy belső pontja, M és N pedig az O pontnak az AC és BC oldalak felezőpontja szerinti szimmetrikusai. Igazold, hogy az $ABNM$ négyszög egy paralelogramma!

4.
 - a) Külön papírlapokra felírtuk a páratlan természetes számokat 1-től 500-ig. Húzzunk egy számot. Mi a valószínűsége annak, hogy a kihúzott szám négyzetszám legyen? Hát annak, hogy köbszám legyen?
 - b) Valamely hatjegyű szám utolsó számjegye 7. Ha letöröljük a szám végéről a 7-est, és ezt a többi számjegy elé írjuk, akkor 5-ször nagyobb számot kapunk. Melyik ez a szám?