

XV. Bolyai János Emlékverseny

– 2007.12.08 –

VII. osztály

1. Számítsd ki:

$$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \right] : \left(-\frac{1}{2}\right)^5.$$

2. Néhány gyermek meg akar vásárolni egy csónakot. Ha mindegyik 450 lejt adna, akkor még hiányozna 250 lej, ha pedig egyenként 600 lejt adnának, akkor a csónak árának 20 %-ával gyűlne több pénz.
- Számítsd ki a csónak árát!
 - Határozd meg a gyermekek számát!
3. Ha $x, y, z \in \mathbb{Z}$ és $7x - 3y + 14z = 0$, igazold, hogy az $y \cdot (x + 2z)$ szorzat osztható 21-gyel!
4. Az $ABCD$ paralelogrammában E és F az AB és AD oldalak felezőpontjai.
- Számítsd ki a CEF háromszög és az $ABCD$ paralelogramma területének arányát!
 - Igazold, hogy az $ABCD$ paralelogramma átlóinak metszéspontja egybeesik a CEF háromszög súlypontjával!
5. Az ABC háromszög oldalaira a háromszögön kívül megszerkesztjük az ABD és ACE egyenlő oldalú háromszögeket, az A pont és BC egyenes által meghatározott felsíkban pedig a BCF egyenlő oldalú háromszöget.
- Igazold, hogy az $ADFE$ négyszög paralelogramma!
 - Mi a feltétele annak, hogy az $ADFE$ négyszög rombusz legyen?