

XIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2006.12.09 –

VII. osztály

1. Számítsd ki:

a) $\left(1 + \frac{1}{2}\right)\left(1 + \frac{1}{3}\right)\left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{2005}\right);$

b) $\frac{1-3}{1 \cdot 3} + \frac{3-5}{3 \cdot 5} + \frac{5-7}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{2005-2007}{2005 \cdot 2007}.$

2. Határozd meg az a, b, c, d és e természetes számokat, ha tudod, hogy az első három szám egyenesen arányos a 3^{2004} , 3^{2005} és 3^{2006} számokkal, az utolsó három pedig fordítottan arányos ugyanezekkel a számokkal, és $a + b + c + d + e = 170$.
3. Egy téglalap egyik átlójának felezőmerőlegese a téglalap hosszabbik oldalát két olyan részre osztja, amelyek közül az egyik ugyanakkora, mint a rövidebb oldal. Mekkora szöget zárnak be a téglalap átlói?
4. Az ABC háromszög $[AD]$ oldalfelezőjét, ($D \in BC$) meghosszabbítjuk a $[DN] \equiv [AD]$ szakasszal és az $[AB]$ oldalt az $[SB] \equiv [BC]$ szakasszal, $B \in (AS)$. Az \widehat{ABC} szögfelezője a CN egyenest az M pontban metszi. Igazold, hogy:
- a) $ABNC$ paralelogramma;
- b) $BMCS$ paralelogramma.