

– 2012.12.08 –

VI. osztály

1. a) Igazold, hogy bármely x, y, z , nullától különböző természetes számokra az $x^2 + y^2 + z^2 + x + y + z$ szám páros!
b) Igazold, hogy bármely x, y, z , 2-nél nagyobb vagy egyenlő természetes számokra $3^{(x^2-x)(y^2-y)(z^2-z)} : 81$.
c) Határozd meg az $4^{x^2+x+y^2+y+z^2+z} - 1$ szám 5-tel való osztási maradékát!
2. Határozd meg azokat az x, y, z természetes számokat, valamint azt a p prímszámot, amelyekre fennáll a következő egyenlőség:
$$p + (x + y)(y + z)(z + x) = 142.$$
3. Legyen 11 különböző pont egy síkban.
 - a) Legtöbb hány egyenest határoznak meg ezek a pontok?
 - b) Hány kollineáris pont van közöttük, ha a pontok 50 egyenest határoznak meg?
4. Adottak az A, B, C, D, E és F kollineáris pontok ebben a sorrendben úgy, hogy $[AB] \equiv [BC]$, $[BD] \equiv [DE]$, $[CE] \equiv [EF]$ és $AF = 80$ cm.
 - a) Számítsd ki a DE szakasz hosszát!
 - b) Ha tudjuk, hogy a DE és AF szakaszok felezőpontjai egybeesnek, számítsd ki az AB és EF szakaszok hosszát!