PETŐFI SÁNDOR ISKOLA

XV. Bolyai János Emlékverseny

– 2007.12.08 –

VI. osztály

1. Írd növekvő sorrendbe a következő számokat:

   a) $a=\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{2}{3}\right)$, $b=1+\left(\frac{2}{3}\right)^2$ és $c=\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\left[1+\frac{2}{3}+\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]$;

   b) $x=3^{47}-3^{46}$ és $y=2^{72}-2^{71}-2^{70}$.

2. Határozd meg azon számok összegét, melyeket 17-tel osztva a hányados c és a maradék r, 13-mal osztva pedig a hányados r és a maradék c.

3. Adottak az $\widehat{AOB}$, $\widehat{BOC}$, $\widehat{COD}$ és $\widehat{DOA}$ olyan egy pont körüli szögek, amelyekre fennállnak a következő egyenlőségek:
$$m\left(\widehat{AOB}\right)=\frac{1}{2}m\left(\widehat{BOC}\right)=\frac{1}{3}m\left(\widehat{COD}\right)=\frac{1}{4}m\left(\widehat{DOA}\right).$$

   a) Számítsd ki az $\widehat{AOB}$ mértékét!

   b) Igazold, hogy az $(OC$ ellentétes félegyenese az $\widehat{AOD}$ szögfelezője!

4. Legyen M az $[AB]$ szakasz felezőpontja, P pedig az $[MB]$ szakasz tetszőleges pontja. Legyen $Q\in[AB]$, úgy, hogy $[PQ]\equiv[PB]$.
   Igazold, hogy $AQ=2\cdot MP$!

Molnár Klára