

## XVII. Bolyai János Emlékverseny

– 2009.12.12 –

### V. osztály

1. Keresd meg azokat az  $a$ ,  $b$  és  $c$  számjegyeket, amelyek teljesítik a következő feltételeket:  
$$\overline{aa} + \overline{ab} + \overline{bb} + \overline{ba} = \overline{abc} \text{ és } b = a + c!$$
2. Egy táblára felírtuk az 1, 2, 3, ..., 2 008 számokat növekvő sorrendben. Anna letörli az első számot, Béla a maradéksorból a másodikat, Anna az újabb maradéksorból a harmadikat, Béla a maradéksorból a negyediket, és így tovább, amíg a sor végére nem érnek.
  - a) Melyik az utolsó letörölt szám?
  - b) Ki törölte le?
  - c) Mely számok maradnak a táblán?
  - d) Melyik szám lesz a megmaradtak között a 777. szám?
3.
  - a) Legyen  $n = 100 \cdot 99 - 99 \cdot 98 + 98 \cdot 97 - 97 \cdot 96 + \dots + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1$ . Számítsd ki  $n$  értékét, és igazold, hogy  $2n$  teljes négyzet!
  - b) Legyen  $x = [3^{121} : 9^{60} + (5^3)^2 : (5^2)^2] : 2^2$  és  $y = 10^2 : \{23 + 34 : [(2 \cdot 3^2)^2 : 18 - 17^0 : 1^{2009}]\}$ .  
Igazold, hogy  $x^{2009} + 2008^y$  nem teljes négyzet!
4. Legyen  $A = 5 + 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5^3 + \dots + 4 \cdot 5^{99}$ ,  $B = 25^{25} \cdot (5^{25})^2$  és  $C = 16^{25}$ .
  - a) Rendezd a számokat növekvő sorrendbe!
  - b) Hány számjegyből áll a  $C^2 \cdot A \cdot B$  szám?