

XVI. Bolyai János Emlékverseny

– 2008.12.06 –

V. osztály

1. Adottak az :

$$a = (25^n : 5^n + 3^4 - 4^3 - 17 - 5^n) \cdot [(2^5 - 5^2 - 7) : 2008] + 2008,$$

$$b = 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10 + 18 \text{ és}$$

$$c = 2^8 \cdot 3^8 - 6^8 + 3^2 \cdot 223 \text{ számok.}$$

Számítsd ki a $(2a - b - c)^{2008}$ kifejezés értékét!

2. Kati két csoportba akarja osztani az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 és 12 számokat úgy, hogy az egyik csoportban 4 egymást követő szám legyen és ezek összege feleannyi legyen, mint a másik csoportban levő számok összege. Melyik négy egymást követő szám kerül az egyik csoportba?

3. Adottak a következő halmazok:

$$A = \{x \mid x = 3^n, n \in \{0, 1, 2\}\},$$

$$B = \{y \mid y \text{ a } 3^{2008}, 5^{2008}, \text{ valamint } 6^{2008} \text{ utolsó számjegye}\} \text{ és}$$

$$C = \{z \mid z = x + y, \text{ ahol } x \in A \text{ és } y \in B\}.$$

Határozd meg az A , B , C , $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$ és $A \setminus C$ halmazokat!

4. Adottak az $A = \overline{abc} + 5 \cdot \overline{bca}$ és $B = \overline{cab} + 11 \cdot \overline{bac}$ számok. Igazold, hogy az A és B számok 3-mal való osztásakor ugyanazt a maradékot kapjuk!