

XIV. Bolyai János Emlékverseny

– 2006.12.09 –

V. osztály

1. Számítsd ki:

a) $(3^2 - 2^3) \cdot (4^2 - 2^4) \cdot (2^5 - 5^2) \cdot (2^6 - 6^2) \cdot (2^7 - 7^2) \cdot (2^8 - 8^2)$;

b) $\left[5^{100} : (5^{72})^2 \right] \cdot [3^3 - 2 \cdot 3^2] + 3 \cdot (1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4)$.

2. Határozd meg az \overline{ab} kétjegyű számot, tudva hogy:

$$2^{(\overline{ab})^2} = 8^{57} - 4^{85} - 2^{169}.$$

3. Igazold, hogy:

a) $A = 2006 + 2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 2005)$ teljes négyzet;

b) $B = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n + 2007$ nem teljes négyzet!

4. Két bokorban 31 veréb pihent. Egy zörejre az elsőről 5 átrepült a másodikra, arról pedig 7 egy közeli magas fára. Ezután az első bokron kétszer annyi veréb maradt, mint a másodikon. Hány veréb pihent eredetileg az egyik és a másik bokron?